Détermination de l'équation cartésienne d'une droite passant par le point A et perpendiculaire à la droite d.

▪ Exercice 1

On considère le point A : $(2\ ,\ -3)$ et la droite d $\equiv x + 3\,y = 1$

Recherchons une équation cartésienne de la droite passant par A et perpendiculaire à la droite d $\equiv x + 3\,y = 1$

D'abord, cherchons la pente de la droite d en réécrivant l'équation de la droite sous la forme y = m x + p

$$y = \frac{1}{3} - \frac{x}{3}$$

On voit dès lors que la pente (le coefficient de x) vaut $-\frac{1}{3}$

Les 2 droites étant perpendiculaires, la pente de l'une est l'opposé de l'inverse de la pente de l'autre et la pente de la droite recherchée est donc m = 3

L'équation de la droite peut donc s'écrire sous la forme y = 3 x + p

Utilisons un point de la droite pour déterminer la valeur de p

A appartient à la droite, donc ses coordonnées vérifient l'équation de la droite. On remplace alors x par l'abscisse 2 du point A et y par l'ordonnée −3 de ce même point dans l'équation y = 3 x + p

ce qui donne −3 = 3 . 2 + p

et enfin p = −9

L'équation de la droite est donc $y = 3\,x - 9$

▪ Exercice 2

On considère le point A : $(1\ ,\ 4)$ et la droite d $\equiv 3x - 2y = 0$

Recherchons une équation cartésienne de la droite passant par A et perpendiculaire à la droite d $\equiv 3x - 2y = 0$

D'abord, cherchons la pente de la droite d en réécrivant l'équation de la droite sous la forme y = m x + p

$y = \frac{3x}{2}$

On voit dès lors que la pente (le coefficient de x) vaut $\frac{3}{2}$

Les 2 droites étant perpendiculaires, la pente de l'une est l'opposé de l'inverse de la pente de l'autre et la pente de la droite recherchée est donc m = $-\frac{2}{3}$

L'équation de la droite peut donc s'écrire sous la forme y = $-\frac{2x}{3}$ + p

Utilisons un point de la droite pour déterminer la valeur de p

A appartient à la droite, donc ses coordonnées vérifient l'équation de la droite. On remplace alors x par l'abscisse 1 du point A et y par l'ordonnée 4 de ce même point dans l'équation y = $-\frac{2x}{3}$ + p

ce qui donne 4 = $-\frac{2}{3}$. 1 + p

et enfin p = $\frac{14}{3}$

L'équation de la droite est donc $y = \frac{14}{3} - \frac{2x}{3}$

■ Exercice 3

On considère le point A : $(2\ ,\ -5)$ et la droite d $\equiv 3x + 4y = 5$

Recherchons une équation cartésienne de la droite passant par A et perpendiculaire à la droite d $\equiv 3x + 4y = 5$

D'abord, cherchons la pente de la droite d en réécrivant l'équation de la droite sous la forme y = m x + p

$$y = \frac{5}{4} - \frac{3x}{4}$$

On voit dès lors que la pente (le coefficient de x) vaut $-\frac{3}{4}$

Les 2 droites étant perpendiculaires, la pente de l'une est l'opposé de l'inverse de la pente de l'autre et la pente de la droite recherchée est donc m = $\frac{4}{3}$

L'équation de la droite peut donc s'écrire sous la forme y = $\frac{4x}{3}$ + p

Utilisons un point de la droite pour déterminer la valeur de p

A appartient à la droite, donc ses coordonnées vérifient l'équation de la droite. On remplace alors x par l'abscisse 2 du point A et y par l'ordonnée -5 de ce même point dans l'équation y = $\frac{4x}{3}$ + p

ce qui donne $-5 = \frac{4}{3} \cdot 2 + p$

et enfin p = $-\frac{23}{3}$

L'équation de la droite est donc $y = \frac{4x}{3} - \frac{23}{3}$