

Etude de fonction 17

$$f(x) = \frac{x^2}{(x-1)^2}$$

1. Domaine de définition

$$\text{Dom } f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

$\frac{x^2}{(x-1)^2}$ n'est ni paire ni impaire

2. Signe de f

x		0		1	
$\frac{x^2}{(x-1)^2}$	+	0	+		+

3. Limites et asymptotes

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2}{(x-1)^2} = +\infty$$

$$\text{AV} \equiv x = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{(x-1)^2} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{(x-1)^2} = 1$$

$$\text{AH} \equiv y = 1$$

4. Intersection avec les axes

$$\text{Gf} \cap X = \{(0,0)\}$$

$$\text{Gf} \cap Y = \{(0,0)\}$$

5. Etude de f

$$f'(x) = -\frac{2x}{(x-1)^3}$$

x		0		1	
$-\frac{2x}{(x-1)^3}$	-	0	+		-
$\frac{x^2}{(x-1)^2}$	\searrow	0	\nearrow		\searrow

$$\text{Min} : (0,0)$$

6. Etude de f''

$$f''(x) = \frac{2(2x+1)}{(x-1)^4}$$

x		$-\frac{1}{2}$		1	
$\frac{2(2x+1)}{(x-1)^4}$	-	0	+		+
$\frac{x^2}{(x-1)^2}$	\curvearrowright	$\frac{1}{9}$	\curvearrowleft		\curvearrowright

$$I : \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{9}\right)$$

7. Tableau récapitulatif

2 | 17.nb

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		0		1		$+\infty$
$f(x)$	1	+	$\frac{1}{9}$	+	0	+		+	1
	$y = 1$		I		Min				$y = 1$
croissance		\searrow		\searrow		\nearrow		\searrow	
concavité		\cup		\cup		\cup		\cup	

8. Graphe de f

