

Etude de fonction

$$f(x) = \sqrt{x^3 - 2x^2 + x}$$

1. Domaine de definition

$$\text{Dom } f = [0, \infty[$$

2. Signe de f

x		0		1	
$\sqrt{x^3 - 2x^2 + x}$	/	0	+	0	+

3. Limites et asymptotes

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x^3 - 2x^2 + x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^3 - 2x^2 + x} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^3 - 2x^2 + x} \text{ n'existe pas}$$

4. Intersection avec les axes

$$G_f \cap X = \{ (0,0), (1,0) \}$$

$$G_f \cap Y = \{ (0,0) \}$$

5. Etude de f'

$$f'(x) = \frac{3x^2 - 4x + 1}{2\sqrt{x^3 - 2x^2 + x}}$$

x		0		$\frac{1}{3}$		1	
$\frac{3x^2 - 4x + 1}{2\sqrt{x^3 - 2x^2 + x}}$	/		+	0	-		+

$$\text{Max} : \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3\sqrt{3}} \right)$$

6. Etude de f''

$$f''(x) = \frac{(x-1)(3x+1)}{4x\sqrt{x^3 - 2x^2 + x}}$$

x		0		1	
$\frac{(x-1)(3x+1)}{4x\sqrt{x^3 - 2x^2 + x}}$	/		-		+

7. Tableau recapitulatif

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{3}$		1		∞
f(x)	/	/	0	+	$\frac{2}{3\sqrt{3}}$	+	0	+	∞
					Max		Min		
pente	/	/		+	0	-		+	∞
concavite	/	/		-	$-\frac{3\sqrt{3}}{2}$	-		+	0

8. Graphe de f

