

$$f(x) = \frac{x^2}{2x^2 + 1}$$

1. Domaine de definition

$$\text{Dom } f = \mathbb{R}$$

2. Signe de f

x		0	
$\frac{x^2}{2x^2+1}$	+	0	+

3. Limites et asymptotes

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{2x^2 + 1} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{2x^2 + 1} = \frac{1}{2}$$

$$AH \equiv x = \frac{1}{2}$$

4. Intersection avec les axes

$$Gf \cap X = \{ (0,0) \}$$

$$Gf \cap Y = \{ (0,0) \}$$

5. Etude de f'

$$f'(x) = \frac{2x}{(2x^2 + 1)^2}$$

x		0	
$\frac{2x}{(2x^2+1)^2}$	-	0	+

Min : (0,0)

6. Etude de f''

$$f''(x) = -\frac{2(6x^2 - 1)}{(2x^2 + 1)^3}$$

x		$-\frac{1}{\sqrt{6}}$		$\frac{1}{\sqrt{6}}$	
$-\frac{2(6x^2-1)}{(2x^2+1)^3}$	-	0	+	0	-

7. Tableau recapitulatif

x	$-\infty$		$-\frac{1}{\sqrt{6}}$		0		$\frac{1}{\sqrt{6}}$		∞
f(x)	$\frac{1}{2}$	+	$\frac{1}{8}$	+	0	+	$\frac{1}{8}$	+	$\frac{1}{2}$
	$x = \frac{1}{2}$				Min				$x = \frac{1}{2}$
pente	0	-	$-\frac{3\sqrt{\frac{3}{2}}}{8}$	-	0	+	$\frac{3\sqrt{\frac{3}{2}}}{8}$	+	0
concavité	0	-	0	+	2	+	0	-	0

8. Graphe de f

