

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$$

1. Domaine de définition

Dom $f = \mathbb{R}$

2. Signe de f

| | | | | | | | |
|----------------------|---|----|---|---|---|---|---|
| x | | -1 | | 1 | | 3 | |
| $x^3 - 3x^2 - x + 3$ | - | 0 | + | 0 | - | 0 | + |

3. Limites et asymptotes

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 - 3x^2 - x + 3 = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 - 3x^2 - x + 3 = -\infty$$

4. Intersection avec les axes

$$Gf \cap X = \{(-1, 0), (1, 0), (3, 0)\}$$

$$Gf \cap Y = \{(0, 3)\}$$

5. Etude de f'

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 1$$

| | | | | | |
|-----------------|---|------------------------------|---|------------------------------|---|
| x | | $\frac{1}{3}(3 - 2\sqrt{3})$ | | $\frac{1}{3}(3 + 2\sqrt{3})$ | |
| $3x^2 - 6x - 1$ | + | 0 | - | 0 | + |

$$\text{Max : } \left(\frac{1}{3}(3 - 2\sqrt{3}), \frac{16}{3\sqrt{3}}\right)$$

$$\text{Min : } \left(\frac{1}{3}(3 + 2\sqrt{3}), -\frac{16}{3\sqrt{3}}\right)$$

6. Etude de f''

$$f''(x) = 6(x - 1)$$

| | | | |
|------------|---|---|---|
| x | | 1 | |
| $6(x - 1)$ | - | 0 | + |

$$I : (1, 0)$$

7. Tableau récapitulatif

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------|-----------|---|-----|---|------------------------------|---|----|---|----|---|------------------------------|---|----|---|----------|
| x | $-\infty$ | | -1 | | $\frac{1}{3}(3 - 2\sqrt{3})$ | | 0 | | 1 | | $\frac{1}{3}(3 + 2\sqrt{3})$ | | 3 | | ∞ |
| $f(x)$ | $-\infty$ | - | 0 | + | $\frac{16}{3\sqrt{3}}$ | + | 3 | + | 0 | - | $-\frac{16}{3\sqrt{3}}$ | - | 0 | + | ∞ |
| Max | | | | | | | | | | | | | | | |
| pente | ∞ | + | 8 | + | 0 | - | -1 | - | -4 | - | 0 | + | 8 | + | ∞ |
| concavité | $-\infty$ | - | -12 | - | $-4\sqrt{3}$ | - | -6 | - | 0 | + | $4\sqrt{3}$ | + | 12 | + | ∞ |

8. Graphique de f

