Exercices: Calcul de limites vers l'infini

- Calculer

1) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^2 - 3x + 5}{3x^2 - x + 3}$

2) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2 - 3x}{5x^2 - 3}$

3) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2x - 3}{4 - 3x}$

4) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{5x^2 - x + 3}{4x + 3}$

5) $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{4x^2 - 3x + 5}$

6) $\lim\limits_{x \to -\infty} 2x + \sqrt{x - 1}$

7) $\lim\limits_{x \to +\infty} 2x + \sqrt{x - 1}$

8) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{3x - 1}{\sqrt{x^2 + x + 2}}$

9) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{3x - 1}{\sqrt{x^2 + x + 2}}$

10) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\sqrt{2x - 1}}{x + 1}$

11) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{3x - 1}{\sqrt{3 - x}}$

12) $\lim\limits_{x \to -\infty} x + \sqrt{2x^2 - x + 6}$

13) $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x^2 - 3x + 1} - x$

14) $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{x^2 - 3x + 1} - x$

15) $\lim\limits_{x \to -\infty} 2x + \sqrt{4x^2 - 3x + 2}$

16) $\lim\limits_{x \to +\infty} 2x + \sqrt{4x^2 - 3x + 2}$

- Solutions

1) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^2 - 3x + 5}{3x^2 - x + 3} = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^2}{3x^2} = \dfrac{1}{3}$

2) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2 - 3x}{5x^2 - 3} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{-3x}{5x^2} = \lim\limits_{x \to +\infty} -\dfrac{3}{5x} = 0$

3) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2x - 3}{4 - 3x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2x}{-3x} = -\dfrac{2}{3}$

4) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{5x^2 - x + 3}{4x + 3} = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{5x^2}{4x} = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{5x}{4} = -\infty$

5) $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{4x^2 - 3x + 5} = \lim\limits_{x\to-\infty} 2\sqrt{x^2} = \lim\limits_{x\to-\infty} -2x = +\infty$

6) $\lim\limits_{x\to-\infty} 2x + \sqrt{x-1} = \not\exists$

7) $\lim\limits_{x\to+\infty} 2x + \sqrt{x-1} = \lim\limits_{x\to+\infty} 2x = +\infty$

8) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3x-1}{\sqrt{x^2+x+2}} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3x}{\sqrt{x^2}} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3x}{x} = 3$

9) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3x-1}{\sqrt{x^2+x+2}} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3x}{\sqrt{x^2}} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3x}{-x} = -3$

10) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{2x-1}}{x+1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{2}\,\sqrt{x}}{x} = 0$

11) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3x-1}{\sqrt{3-x}} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3x}{\sqrt{-x}} = -\infty$

12) $\lim\limits_{x\to-\infty} x + \sqrt{2x^2 - x + 6} = [\infty + (-\infty)]$

$= \lim\limits_{x\to-\infty} x + \sqrt{2x^2} = \lim\limits_{x\to-\infty} x - \sqrt{2}\,x = \lim\limits_{x\to-\infty} \left(1 - \sqrt{2}\right)x = +\infty$

13) $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^2 - 3x + 1} - x = [\infty + (-\infty)]$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\left(\sqrt{x^2 - 3x + 1} - x\right)\left(x + \sqrt{x^2 - 3x + 1}\right)}{x + \sqrt{x^2 - 3x + 1}}$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1 - 3x}{x + \sqrt{x^2 - 3x + 1}}$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1 - 3x}{x + \sqrt{x^2 - 3x + 1}}$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{-3x}{x + \sqrt{x^2}}$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{-3x}{x + |x|}$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{-3x}{2x} = \dfrac{-3}{2}$

14) $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{x^2 - 3x + 1} - x = [\infty + (\infty)]$

$= \lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{x^2} - x$

$= \lim\limits_{x\to-\infty} |x| - x$

$= \lim\limits_{x\to-\infty} -2x = +\infty$

15) $\lim\limits_{x\to-\infty} 2x + \sqrt{4x^2 - 3x + 2} = [\infty + (-\infty)]$

$= \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\left(\sqrt{4x^2 - 3x + 2} - 2x\right)\left(2x + \sqrt{4x^2 - 3x + 2}\right)}{\sqrt{4x^2 - 3x + 2} - 2x}$

$= \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2 - 3x}{\sqrt{4x^2 - 3x + 2} - 2x}$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{2 - 3x}{\sqrt{4x^2 - 3x + 2} - 2x}$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{-3x}{2\sqrt{x^2} - 2x}$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{-3x}{2|x| - 2x}$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{-3x}{-4x} = \frac{3}{4}$$

16) $\lim_{x \to +\infty} 2x + \sqrt{4x^2 - 3x + 2} = [\infty + (\infty)]$

$$= \lim_{x \to +\infty} 2x + 2\sqrt{x^2}$$

$$= \lim_{x \to +\infty} 2x + 2|x|$$

$$= \lim_{x \to +\infty} 4x = +\infty$$