Calcul de limites

$$\lim_{x \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

$$\lim_{x \to 0} (x + 1)^{\frac{1}{x}} = e$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} e^x x = 0$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{-1 + e^x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$$

$$\lim_{x \to 0} x \ln(x) = 0$$

- Exercices :

  - utiliser la règle de l'Hospital si nécessaire

1) $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{\ln(x)}{x^3}$

2) $\lim_{x \to +\infty} e^x x^2$

3) $\lim_{x \to 0} (-e^{-x} + e^x) \dfrac{1}{\sin(x)}$

4) $\lim_{x \to 0} \dfrac{\ln\left(\frac{x+1}{1-x}\right)}{x}$

5) $\lim_{x \to 0} \ln(x) \, \text{tg}(x)$

6) $\lim_{x \to -\infty} \left(1 + \dfrac{1}{x}\right)^x$

7) $\lim_{x \to +\infty} \left(1 + \dfrac{3}{x}\right)^x$

8) $\lim_{x \to +\infty} \left(1 + \dfrac{1}{x}\right)^{5x}$

9) $\lim_{x \to +\infty} \left(1 + \dfrac{2}{x}\right)^{3x}$

10) $\lim_{x \to +\infty} \left(1 + \dfrac{1}{x}\right)^{x+5}$

11) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(1 + \dfrac{2}{x}\right)^{2-x}$

12) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x+2}{x-3}\right)^{3x-1}$

13) $\lim\limits_{x \to 0} (1 - 3x)^{-2/x}$

14) $\lim\limits_{x \to 0} (\sin(x) + 1)^{\frac{1}{\sin(x)}}$

15) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x+1}{2x+1}\right)^{x^2}$

16) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)^{x}$

17) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{1}{x^2}\right)^{\frac{2x}{x+1}}$

18) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x^2+2}{2x^2+1}\right)^{x^2}$

- **Solutions**

- **Exercices :**

Sachant que $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{k}{x} + 1\right)^{x} = e^{k}$ calculer

1) $\lim\limits_{x \to 0} \left(\dfrac{x+2}{3-x}\right)^{x}$

2) $\lim\limits_{x \to 1} \left(\dfrac{x-1}{x^2-1}\right)^{x+1}$

3) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{1}{x^2}\right)^{\frac{2x}{x+1}}$

4) $\lim\limits_{x \to 0} \left(\dfrac{x^2-2x+3}{x^2-3x+2}\right)^{\frac{\sin(x)}{x}}$

5) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x^2+2}{2x^2+1}\right)^{x^2}$

6) $\lim\limits_{m \to +\infty} \left(1 - \dfrac{1}{m}\right)^{m}$

7) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(1 + \dfrac{2}{x}\right)^{x}$

8) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x}{x+1}\right)^{x}$

9) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x+1}{x+3}\right)^{x+2}$

10) $\lim\limits_{m \to +\infty} \left(\dfrac{x}{m} + 1\right)^{m}$

11) $\lim\limits_{x \to 0} (\sin(x) + 1)^{\frac{1}{x}}$