

Notions de base sur les fonctions

1. Domaine de définition

Définition : soit f , une fonction réelle

$$\text{dom } f = \{x \in \mathbb{R} : f(x) \in \mathbb{R}\}$$

Déterminer le domaine de définition, c'est trouver les réels x qui ont une image par f , c'est-à-dire pour lesquels on sait calculer $f(x)$ (pour lesquels $f(x)$ est un réel).

Pour cela, il suffit de résoudre les conditions d'existence.

Les 2 types de conditions rencontrées en ce début de cours correspondent à deux opérations impossibles dans les réels:

- La division par 0

Dans \mathbb{R} , il est impossible de diviser par 0. **Peux-tu expliquer pourquoi?**

Calculer le quotient $\frac{a}{0}$ est effectivement impossible dans l'ensemble des réels.

Donc, si une fonction comporte un dénominateur, il faut que ce dernier soit différent de 0.

exemple: $f(x) = \frac{3x-1}{2x^2-3x+1}$

$$\text{CE: } 2x^2 - 3x + 1 \neq 0 \text{ c'est-à-dire } x \neq 1 \text{ et } x \neq -\frac{1}{2}$$

le domaine est donc

$$\text{Dom } f = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}, 1\right\}$$

- La racine carrée d'un nombre négatif

Dans \mathbb{R} , il est impossible de calculer la racine d'un nombre négatif. **Peux-tu expliquer pourquoi?**

Calculer par exemple $\sqrt{-2}$ est impossible dans l'ensemble des réels.

Donc, si une fonction comporte une racine carrée, il faut que le radicand (l'expression sous la racine) soit positif.

exemple: $f(x) = \sqrt{5-7x}$

$$\text{CE: } 5-7x \geq 0 \text{ c'est-à-dire } x \leq \frac{5}{7}$$

le domaine est donc

$$\text{Dom } f = \left[\leftarrow, \frac{5}{7} \right]$$

Si la racine carrée se trouve être également le dénominateur, alors le radicand doit être à la fois différent de 0 et positif, donc strictement positif.

exemple: $f(x) = \frac{3x-5}{\sqrt{2x+6}}$

$$\text{CE: } 2x+6 > 0 \text{ c'est-à-dire } x > -3$$

le domaine est donc

$$\text{Dom } f =]-3, \rightarrow$$

D'une manière plus générale, si l'on considère une racine nième $\sqrt[n]{f}$ où n est un naturel > 1 et un réel quelconque,

- si n est pair, $\sqrt[n]{f}$ est un réel si $f \geq 0$

- si n est impair, $\sqrt[n]{f}$ est un réel quel que soit le réel f

Exercices - Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes

$$1) f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{3x^2 - 7x + 2}$$

$$\text{Dom } f = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{3}, 2 \right\}$$

$$2) f(x) = \sqrt{5x^2 - x}$$

$$\text{Dom } f = \leftarrow, 0] \cup \left[\frac{1}{5}, \rightarrow$$

$$3) f(x) = \frac{x^3 + 5x}{\sqrt{8 - 3x}}$$

$$\text{Dom } f = \leftarrow, \frac{8}{3} [$$

$$1) f(x) = \frac{5x^2 - x + 2}{\sqrt{-2x^2 + 5x - 3}}$$

$$\text{Dom } f =]1, \frac{3}{2} [$$

$$5) f(x) = \frac{2x + 3}{x^2 - 3x + 4}$$

$$\text{Dom } f = \mathbb{R}$$

Macformath.net
doing maths on your Mac