Notion de limite d'une fonction réelle

- 1. Limite d'une fonction en un réel.

Soit f, une fonction réelle et a, un réel quelconque,

$\lim_{x \to a} f(x) = b$

$\Longleftrightarrow$

- a adhère au domaine de définition de f
- $\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0, \forall x \in \text{dom } f : |x - a| \leq \delta \Rightarrow |f(x) - b| \leq \epsilon$

- 2. Limite infinie en un réel.

Soit f, une fonction réelle et a, un réel quelconque,

$\lim_{x \to a} f(x) = +\infty$

$\Longleftrightarrow$

- a adhère au domaine de définition de f
- $\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0, \forall x \in \text{dom } f : |x - a| \leq \delta \Rightarrow f(x) \geq \epsilon$

Soit f, une fonction réelle et a, un réel quelconque,

$\lim_{x \to a} f(x) = -\infty$

$\Longleftrightarrow$

- a adhère au domaine de définition de f
- $\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0, \forall x \in \text{dom } f : |x - a| \leq \delta \Rightarrow f(x) \leq -\epsilon$

- 3. Limite en l'infini.

Soit f, une fonction réelle et a, un réel quelconque,

$\lim_{x \to \infty} f(x) = b$

$\Longleftrightarrow$

- f est définie sur un intervalle $]\, r, \longrightarrow$
- $\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0, \forall x \in \text{dom } f : x \geq \delta \Rightarrow |f(x) - b| \leq \epsilon$

Soit f, une fonction réelle et a, un réel quelconque,

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = b$

$\Longleftrightarrow$

- f est définie sur un intervalle $\longleftarrow, r[$
- $\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0, \forall x \in \text{dom } f : x \leq -\delta \Rightarrow |f(x) - b| \leq \epsilon$

- 4. Limite à gauche et limite à droite.

Soit f, une fonction réelle et a, un réel quelconque,

La limite à gauche $\lim_{\substack{x \to a \\ <}} f(x) = b$ est la limite obtenue lorsque x tend vers a, par valeurs inférieures de a.

La limite à droite $\lim_{\substack{x \to a \\ >}} f(x) = b$ est la limite obtenue lorsque x tend vers a, par valeurs supérieures de a.